

ESERCIZI SU ELLISSE E IPERBOLE

1. Trovare l'equazione dell'ellisse passante per i punti $A = (0, 3)$ e $P = (1, \frac{3\sqrt{3}}{2})$.
 - (a) trovare le intersezioni Q_1 e Q_2 di tale ellisse con la retta di equazione $y = 3x$;
 - (b) calcolare l'equazione delle tangenti all'ellisse parallele alla retta $y = 3x$;
 - (c) disegnare il grafico dell'ellisse e delle sue tangenti,
 - (d) trovare la distanza fra le due tangenti.

2. Trovare l'equazione della tangente all'ellisse di equazione $3x^2 + 8y^2 = 35$ nel suo punto $P = (3, 1)$.
 - (a) trovare l'area del rettangolo inscritto nell'ellisse e avente P come vertice;
 - (b) scrivere l'equazione della stessa ellisse utilizzando un parametro angolare α . Qual è l'angolo $\bar{\alpha}$ corrispondente al punto P ?
 - (c) una corda dell'ellisse passante per il centro si chiama diametro; quanto è lungo il diametro dell'ellisse inclinato a 45° ?

3. Sotto quale angolo viene vista l'ellisse di equazione $x^2 + 4y^2 = 4$ dal punto $P = (1, 2)$?
 Se T_1 e T_2 sono i punti di tangenza delle due rette tangenti mandate da P , trovare l'area del quadrilatero PT_1OT_2 .

4. Un'iperbole equilatera riferita agli assi passa per il punto $A(3, 1)$.
 - (a) si determinino l'equazione dell'iperbole, le coordinate dei fuochi e dei vertici e se ne tracci con accuratezza il grafico; [1]
 - (b) un triangolo rettangolo ABC ha l'angolo retto in A e il vertice B nel punto dell'iperbole di ascissa $\frac{9}{2}$ e di ordinata positiva. Quali sono le coordinate del vertice C , se anch'esso giace sull'iperbole? [2]
 - (c) si trovi l'equazione della tangente in A all'iperbole e si verifichi che tale tangente risulta perpendicolare all'ipotenusa del triangolo ABC . [1, 5]

5. Data la curva di equazione $y = \frac{ax+b}{x-1}$, determinare a e b in modo che essa intersechi l'asse y nel punto A di ordinata -1 e che la tangente in A alla curva abbia coefficiente angolare -3 . [2]

6. Tracciare con accuratezza i grafici delle seguenti coniche:

$$\frac{x^2}{10} + y^2 = 1 \text{ e } \frac{x^2}{8} - y^2 = 1$$

- (a) verificare che le curve hanno gli stessi fuochi; [0, 5]
- (b) verificare che i punti di intersezione delle due curve appartengono ad una circonferenza di cui si chiede di trovare l'equazione. [1]