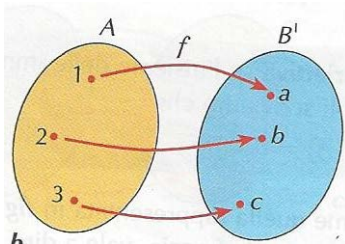


Esercizi di preparazione alla verifica (funzioni)

Esercizi guida

1. Qual'è la controimmagine dell'elemento $b \in B'$?

Soluzione $2 \in A$



2. Dato l'insieme A, dominio della funzione f indicata, determina il codominio $f(A)$.

$$A = \{1, 2, 3\} \quad f(x) = 3x + 1, \quad x \in A$$

Se x vale 1, il corrispondente valore y vale $(3 \cdot 1 + 1)$, cioè 4

Se x vale 2, y vale 7.

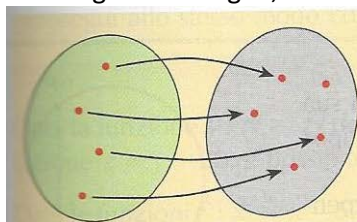
Se x vale 3, y vale 10.

Il codominio è dunque l'insieme $\{4, 7, 10\}$.

3. Rappresenta i punti ottenuti dall'esercizio precedente come coppie $P(x, f(x))$ nel piano cartesiano.

Suggerimento: se $x = 1, f(1) = 3 \cdot 1 + 1 = 4$, rappresento il punto $(1, 4)$.

4. Per la figura che segue, determina se rappresenta una funzione e stabilisci se è iniettiva, suriettiva, biiettiva.



Si tratta di una funzione perché

Le immagini di elementi distinti sono distinte perciò

Il codominio non coincide con l'insieme B perciò

Esercizi

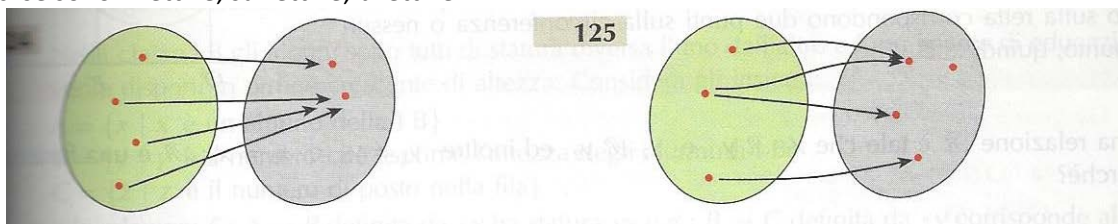
5. Trova le controimmagini di tutti gli elementi di B' dell'esercizio n 1.

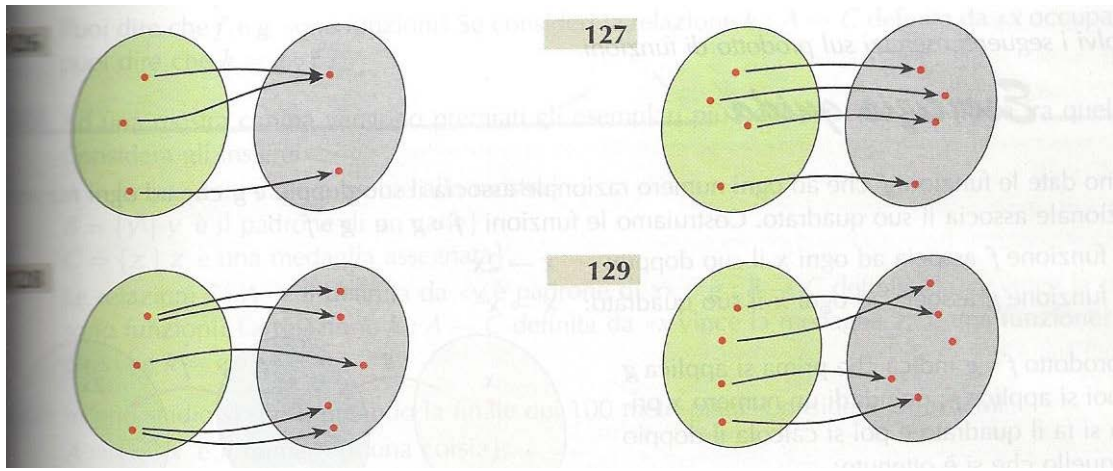
6. Per ognuno degli esercizi che seguono, dato l'insieme A, dominio della funzione f indicata, determina il codominio.

$A = \{0, 2, 4, 6\}$	$f(x) = \frac{1}{2}x - 4, \quad x \in A$
$A = \{-3, -2, 0, 5, 6\}$	$f(x) = x + 1, \quad x \in A$
$A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$	$f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 3, \quad x \in A$
$A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$	$f(x) = 2x^2 - 1, \quad x \in A$

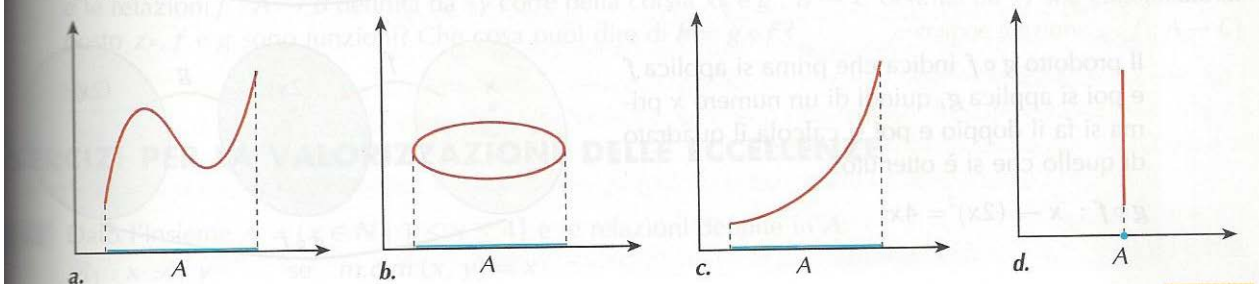
7. Rappresenta i punti ottenuti dall'esercizio precedente come coppie $P(x, f(x))$ nel piano cartesiano (un diagramma per ogni funzione).

8. Per ognuna delle figure degli esercizi che seguono, determina quali rappresentano funzioni e, per queste ultime, stabilisci se sono iniettive, suriettive, biiettive.





Osserva i grafici in figura che rappresentano delle relazioni di dominio A . Quali di essi rappresentano delle funzioni? Fra esse, quali sono invertibili?



Nota: **Teorema:** una funzione è invertibile se e solo se è biiettiva (ovvero contemporaneamente iniettiva e suriettiva)

9.

Individua quali fra le seguenti relazioni sono funzioni specificandone il tipo:

- « y è la metà di x » con $x, y \in \mathbb{Q}$
- « y è l'importo delle tasse che x deve pagare» con x che appartiene all'insieme dei contribuenti e $y \in \mathbb{N}$
- « y è multiplo di x » con $x, y \in \mathbb{N}$
- « y è la capitale di x » con y che appartiene all'insieme delle città europee e x che appartiene all'insieme degli Stati europei.

Soluzione:

- Ogni numero razionale x ha una sola metà y e ogni numero y è il corrispondente di un solo x ; si tratta quindi di una funzione biiettiva.
- Ogni contribuente dovrebbe pagare la sua tassa, ma ci possono essere più persone che pagano uguali importi ed inoltre non tutti i numeri naturali rappresentano una tassa da pagare; il codominio è quindi un sottoinsieme di \mathbb{N} e si tratta perciò di una funzione suriettiva.
- Ogni numero x ha infiniti multipli e questa relazione non è quindi una funzione.
- Non tutte le città europee sono capitali dello Stato a cui appartengono; anche questa relazione non è una funzione.