3 I corpi rigidi e il moto rotatorio

Il corpo rigido

I moti dei corpi estesi che osserviamo quotidianamente sono molto complicati da descrivere perché in genere si modifica la loro forma durante il moto, come per esempio succede nel caso di nuvole in movimento.

La descrizione del moto è più agevole nel caso di corpi rigidi.

Un **corpo** si dice **rigido** quando la distanza fra ogni possibile coppia di punti rimane costante.

Poiché tutti i corpi si deformano quando sono sottoposti a forze, in pratica si considera rigido ogni corpo che abbia deformazioni trascurabili durante il periodo di osservazione.

Il moto rotatorio

Il moto di un corpo rigido può essere traslatorio, rotatorio o una combinazione dei due.

1 **Moto traslatorio**: tutti i punti percorrono traiettorie parallele, che non sono necessariamente rettilinee.

Hxdbzxy / Shutterstock

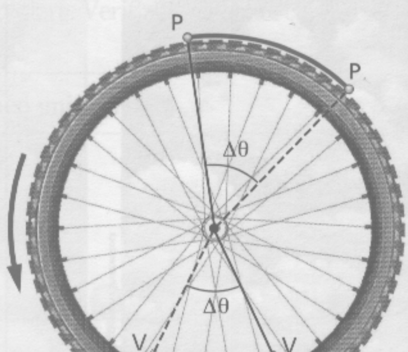
2 **Moto rotatorio**: tutti i punti del corpo rigido percorrono traiettorie circolari che hanno il centro sulla stessa retta, detta **asse di rotazione.**

Alisik / Shutterstock

Quando un corpo rigido ruota attorno a un asse fisso tutti i suoi punti percorrono circonferenze che hanno il centro sull'asse e raggio uguale alla distanza del punto dall'asse.

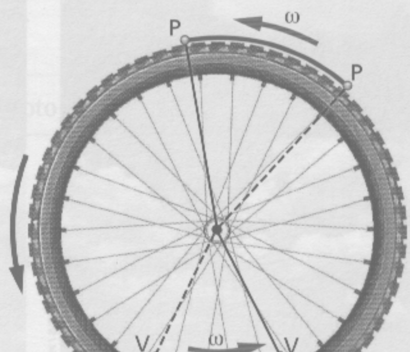
Consideriamo una ruota di bicicletta che gira attorno al suo asse.

1 In un intervallo di tempo Δt un punto P del copertone e la valvola V compiono lo stesso spostamento angolare.



2 P e V hanno la stessa velocità angolare

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$



In generale, durante una rotazione attorno a un asse fisso tutti i punti di un corpo rigido compiono lo stesso spostamento angolare $\Delta\theta$ nello stesso intervallo di tempo Δt. Quindi

quando un corpo rigido ruota attorno a un asse fisso, tutti i suoi punti hanno la stessa velocità angolare, detta **velocità angolare del corpo rigido.**

Le proprietà del moto circolare valgono quindi anche nel caso del moto di rotazione di un corpo rigido.

QUANTO? Numeri da far girar la testa!

Il rotore di un elicottero del 118 ha le pale lunghe circa 6 m e ruota a circa 400 giri/min. La velocità angolare è

$$\omega = \frac{2\pi \cdot 4 \cdot 10^2 \text{ rad}}{6 \cdot 10 \text{ s}} = 4 \cdot 10 \text{ rad/s}$$

Un punto sull'estremità di una pala ha:

- una velocità lineare $v = \omega r = (4 \cdot 10 \text{ rad/s})(6 \text{ m}) = 2 \cdot 10^2 \text{ m/s}$;
- una accelerazione centripeta $a_c = \omega^2 r = (4 \cdot 10 \text{ rad/s})^2 (6 \text{ m}) = 1 \cdot 10^4 \text{ m/s}^2 = 10^3 g$.

Periodo e frequenza di rotazione

Il moto di rotazione di un corpo rigido attorno a un asse può essere descritto mediante altre due grandezze già incontrate nel caso del moto circolare: il periodo e la frequenza.

Il **periodo** T è l'intervallo di tempo che un corpo impiega a compiere un giro e si misura in *secondi*.

La **frequenza** f è il numero di giri che un corpo effettua in un secondo e si misura in *hertz* (1 Hz = 1 s^{-1}).

Fra queste grandezze esiste una semplice relazione:

$$f = \frac{1}{T}$$

Ricordando che 1 giro = 2π rad, si ottiene la seguente relazione tra velocità angolare e frequenza:

$$\omega = 2\pi f \tag{6}$$

Ma $f = 1/T$ quindi

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \tag{7}$$

QUANTO? Centrifughe casalinghe

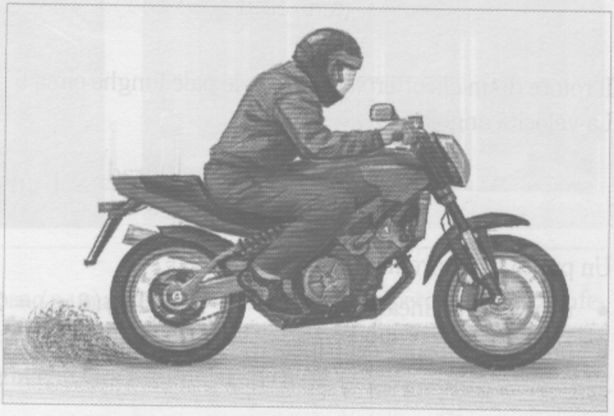
Durante il programma di lavaggio noto come centrifuga, il cestello di una lavatrice può ruotare a oltre 1000 giri/min, quindi con una velocità angolare:

$$\omega = 2\pi \frac{1 \cdot 10^3}{6 \cdot 10 \text{ s}} = 1 \cdot 10^2 \text{ rad/s}$$

Moto di rotolamento

Un moto che ha una grande importanza pratica è quello di un corpo che rotola senza strisciare su una superficie. Consideriamo la ruota di una moto che si muove lungo un rettilineo. La ruota gira attorno al suo asse ma questo si sposta mantenendo costante la sua orientazione.

1 Alla partenza la ruota posteriore di una moto slitta sull'asfalto perché gira troppo velocemente rispetto all'avanzamento.

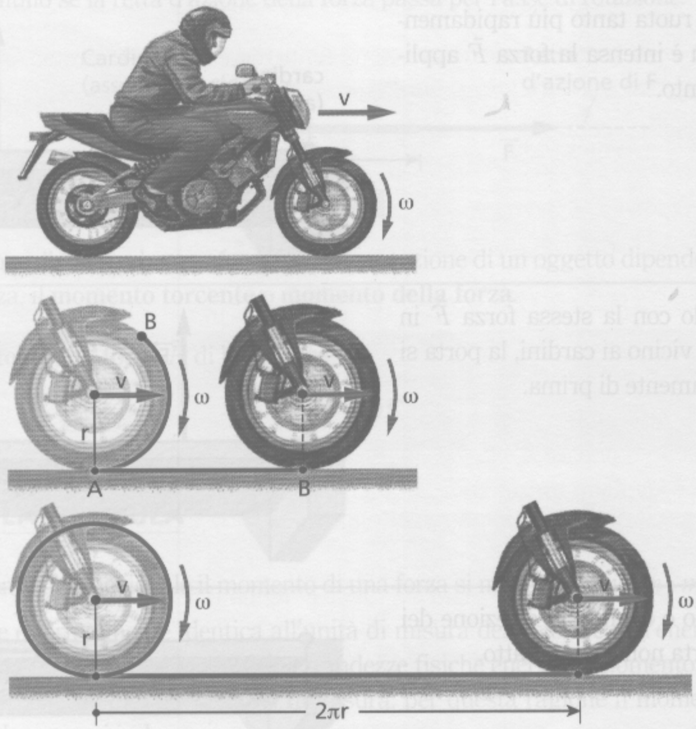


2 In una frenata la ruota posteriore gira troppo lentamente e striscia sull'asfalto.

Un corpo di raggio r rotola senza strisciare solo quando la velocità v del suo centro e la velocità angolare ω con cui ruota attorno all'asse passante per il suo centro sono tali che

$$v = \omega r \tag{8}$$

Per dimostrare la relazione precedente, osserviamo che durante un giro completo di un corpo di raggio r tutti i punti della sua circonferenza esterna sono entrati in contatto una volta con il piano. Non c'è strisciamento se la traccia che hanno lasciato ha la stessa lunghezza della circonferenza $2\pi r$.



Anche l'asse di rotazione si è spostato di $2\pi r$ nello stesso intervallo di tempo T in cui è avvenuta la rotazione completa. Quindi la velocità dell'asse è

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

Ma $2\pi/T = \omega$ è la velocità angolare della ruota, per cui questa rotola senza strisciare quando

$$v = \omega r$$

QUANTO? Rotolamento a 300 km/h

La ruota posteriore di una monoposto di Formula 1 ha un raggio di circa 37 cm. Quando l'auto va a 290 km/h (80 m/s) la velocità angolare delle ruote posteriori è

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{8 \cdot 10 \text{ m/s}}{3{,}7 \cdot 10^{-1} \text{ m}} = 2 \cdot 10^{2} \text{ rad/s}$$

4 Il momento di una forza

Momento di una forza o momento torcente

Una forza applicata a un corpo puntiforme lo accelera. Una forza applicata a un corpo rigido può modificarne la velocità di rotazione.

Per analizzare i legami fra la causa (la forza) e l'effetto che produce (la rotazione) consideriamo una porta inizialmente ferma e libera di ruotare attorno all'asse fisso che passa per i suoi cardini.