



## 1 Grandezze angolari nel moto circolare

1 A quanti gradi corrisponde 1 rad? [57° 17' 45"]

2 Quanti giri sono 2500 rad? [398 giri]

3 Un bambino è seduto su una giostra che ruota a 0,40 giri/s.  
► Calcola la sua velocità angolare. [2,5 rad/s]

4 Un modellino radiocomandato di aereo si muove lungo una traiettoria circolare di raggio 85 m alla velocità costante di 25 m/s.  
► Determina la velocità angolare.  
► Calcola l'accelerazione centripeta. [2,1 rad/s; 52 m/s<sup>2</sup>]

5 Durante un allenamento, un lanciatore di martello fa ruotare il suo attrezzo a 8,5 rad/s. Per fermarlo impiega 4,5 s.  
► Quanto vale la decelerazione angolare media del martello? [-1,9 rad/s<sup>2</sup>]

6 Se l'elettrone dell'atomo di idrogeno orbitasse attorno al protone che ne costituisce il nucleo, effettuerebbe un'orbita ad appena 1/137 della velocità della luce, mantenendosi alla distanza di  $5,3 \cdot 10^{-11}$  m dal protone.  
► Quale sarebbe la sua velocità angolare? [ $4,1 \cdot 10^{16}$  rad/s]

## 13 ESEMPIO

Un ciclista attraversa lentamente un tratto di strada da poco asfaltato e alcuni sassolini ricoperti di catrame si attaccano al copertone. Successivamente accelera e quando raggiunge la velocità di 18 km/h i sassolini iniziano a staccarsi e volar via. I sassolini hanno una superficie  $S$  di circa  $5 \text{ mm}^2$  e una massa di 30 mg. Il raggio della ruota è circa 32 cm.

► Valuta la forza di adesione per unità di superficie che lega i sassolini al copertone.

## 2 Relazioni tra grandezze angolari e lineari nel moto circolare

### 7 QUANTO?

Qual è la velocità lineare di un punto sull'Equatore della Terra? [ $4,6 \cdot 10^2$  m/s]

### 8 QUANTO?

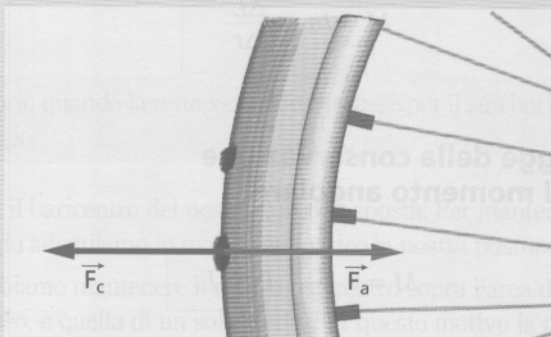
Qual è l'accelerazione centripeta per un punto sull'Equatore della Terra? [ $3 \cdot 10^{-2}$  m/s<sup>2</sup>]

9 La lancetta dei minuti di un orologio da campanile è lunga 1,4 m.  
► Calcola la velocità lineare della punta. [2,4 mm/s]

10 Il seggiolino di una giostra gira attorno all'asse di rotazione a 4,3 m/s. Il seggiolino dista dall'asse 4,2 m.  
► Determina l'accelerazione centripeta sul passeggero del seggiolino. [4,4 m/s<sup>2</sup>]

11 I bit di un CD audio sono contenuti in una zona che si estende da circa 2,5 cm fino a 6,0 cm dal centro del disco. La velocità con cui il laser legge questi bit deve essere mantenuta costante a 125 cm/s.  
► Come varia la frequenza di rotazione del CD durante la lettura?  
[Diminuisce da 480 giri/min a 200 giri/min]

12 Un modellino radiocomandato di aereo percorre una traiettoria circolare di raggio 36 m alla velocità di 18 m/s, quando viene sottoposto per 6,5 s all'accelerazione tangenziale di  $1,3 \text{ m/s}^2$ .  
► Calcola l'accelerazione angolare.  
► Calcola quanti giri percorre durante la fase di accelerazione. [ $3,6 \cdot 10^{-2}$  rad/s<sup>2</sup>; 0,64 giri]



## ■ RISOLUZIONE

La ruota rotola senza strisciare, per cui un punto sul copertone ha una velocità  $v$  uguale alla velocità della bicicletta.

I sassolini possono restare attaccati al copertone se la forza di adesione  $F_a$  prodotta dal catrame è sufficiente a bilanciare la forza centrifuga  $F_c$ :

La forza di adesione  $F_a$  è dovuta al catrame che ricopre il sassolino; la forza per unità di superficie è quindi:

### ■ Risultato numerico

$$v = 18 \text{ km/h} = 5,0 \text{ m/s}$$

$$m = 30 \cdot 10^{-3} \text{ g} = 30 \cdot 10^{-6} \text{ kg}$$

$$r = 32 \text{ cm} = 0,32 \text{ m}$$

$$S = 5 \text{ mm}^2 = 5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$F_c = m a_c = m \frac{v^2}{r} = F_a$$

$$\frac{F_a}{S} = \frac{F_c}{S}$$

$$F_a = (30 \cdot 10^{-6} \text{ kg}) \frac{(5,0 \text{ m/s})^2}{0,32 \text{ m}} = 2,3 \text{ N}$$

$$\frac{F_a}{S} = \frac{2,3 \text{ N}}{5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2} = 0,5 \text{ kN/m}^2$$

- 14 Un coleottero di massa 2,5 g si posa su un disco di vinile. Le sue zampette riescono a fissarsi al disco con una forza di  $4,0 \cdot 10^{-3}$  N. Il disco viene fatto ruotare a 33,3 giri/min.

► Calcola la massima distanza dal centro alla quale il coleottero rimane attaccato al disco. [13 cm]

- 15 Il cestello di una lavatrice ha un diametro di 46 cm e ruota a 650 giri/min. La biancheria bagnata si dispone sulle pareti del cestello formando uno strato alto, in media, 12 cm.

► Quanto vale l'accelerazione (in unità  $g$ ) a cui è sottoposta la biancheria?

[L'accelerazione varia da 52  $g$  per la biancheria più vicina all'asse di rotazione fino a 109  $g$  per quella a contatto col cestello]

- 16 Una persona di massa 50 kg è seduta su una giostra per bambini. La giostra ha un diametro di 4,2 m e compie un giro ogni 4,0 s.

► Calcola la forza di reazione vincolare del seggiolino. [0,26 kN]

- 17 Il coefficiente d'attrito tra pneumatici e asfalto è 0,8; un'automobile affronta una curva, lunga 50 m e tale da farle cambiare direzione di  $60^\circ$ , alla velocità di 72 km/h.

► Riesce a effettuare la curva?

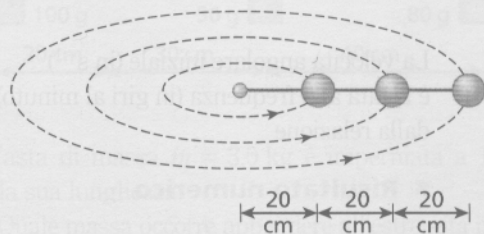
[No, ma se fosse un poco più lenta, allora potrebbe]

- 18 Tre masse uguali, ciascuna di 80 g, sono legate tra loro da pezzi di filo leggero in modo che la distanza

tra una massa e l'altra sia 20 cm. Le tre masse ruotano su un piano senza attrito attorno a un perno, effettuando 1 giro/s.

► Determina la tensione dei tre tratti di fune.

[3,8 N; 3,2 N; 1,9 N]



## 3 I corpi rigidi e il moto rotatorio

### 19 QUANTO?

► Quanto vale la velocità angolare del moto di rotazione della Terra attorno al suo asse? [7,27 · 10<sup>-5</sup> rad/s]

### 20 QUANTO?

► L'attrito prodotto dalle maree rallenta la rotazione terrestre, per cui il giorno si allunga di circa due milisecondi ogni secolo.

► Qual è la decelerazione angolare della Terra?

[-5 · 10<sup>-22</sup> rad/s<sup>2</sup>]

### 21 QUANTO?

► Il raggio di una ruota di bicicletta è 33 cm.

► Qual è la velocità angolare della ruota quando la bicicletta viaggia a 10 m/s? [30 rad/s]

**22** Prima dell'avvento dei CD, la musica era memorizzata in dischi di vinile che ruotavano su un piatto a velocità angolare costante.

► A quale velocità angolare giravano i dischi a 78 giri? («78 giri» significa 78 giri/min.) [8,2 rad/s]

**23** Le pale di un generatore eolico sono lunghe 12 m e ruotano alla frequenza di 0,15 rad/s.

► Calcola la velocità lineare della punta di una pala. [1,8 m/s]

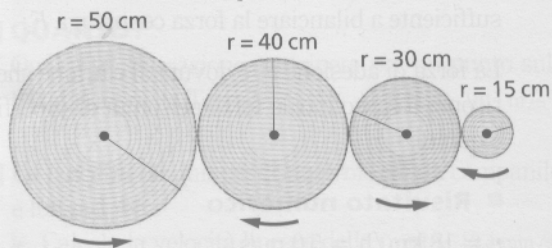
**24** Durante una prova di accelerazione un'automobile passa da ferma a 100 km/h in 8,4 s. Le sue ruote hanno un raggio di 31 cm e supponi che si muovano senza strisciare sull'asfalto.

► Calcola l'accelerazione angolare delle ruote.

[10,7 rad/s<sup>2</sup>]

**25** Quattro dischi ruotano insieme senza strisciare. Il disco di raggio 50 cm (figura) ha velocità angolare  $\omega = 18$  rad/s.

► Qual è la velocità angolare degli altri tre dischi? [-22,5 rad/s; 30 rad/s; -60 rad/s]



## 26 ESEMPIO

Il piatto di un giradischi sta ruotando a 33,3 giri/min. Il giradischi viene spento e il piatto si ferma dopo 90 secondi. Supponi che l'accelerazione angolare sia costante.

- Quanto vale l'accelerazione angolare?
- Quanti giri effettua prima di fermarsi?

### ■ RISOLUZIONE

► L'accelerazione angolare è

La velocità angolare iniziale (in  $s^{-1}$ ) è legata alla frequenza (in giri al minuto) dalla relazione

#### ■ Risultato numerico

$$\Delta t = 90 \text{ s}$$

$$\omega_f = 0 \text{ rad/s}$$

$$\omega_i = 3,49 \text{ rad/s}$$

- Per determinare l'angolo effettuato dal piatto prima di fermarsi usiamo la relazione tra le velocità angolari iniziale e finale e l'accelerazione angolare:

Per passare dall'angolo ai giri occorre dividere per  $2\pi$ :

#### ■ Risultato numerico

$$\omega_f = 0 \text{ rad/s}$$

$$\omega_i = 3,49 \text{ rad/s}$$

$$\alpha = -0,039 \text{ rad/s}^2$$

$$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_i}{\Delta t} = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$$

$$\omega_i = \frac{2\pi f}{60} = 2\pi \frac{33,3 \text{ giri/min}}{60 \text{ s/min}} = 3,49 \text{ rad/s}$$

$$\alpha = \frac{0 \text{ rad/s} - 3,49 \text{ rad/s}}{90 \text{ s}} = -0,039 \text{ rad/s}^2$$

$$2\alpha \Delta \theta = \omega_f^2 - \omega_i^2 \Rightarrow \Delta \theta = \frac{\omega_f^2 - \omega_i^2}{2\alpha}$$

$$\text{numero di giri} = \frac{\Delta \theta}{2\pi}$$

$$\Delta \theta = \frac{(0 \text{ rad/s})^2 - (3,49 \text{ rad/s})^2}{2(-0,039 \text{ rad/s}^2)} = 157 \text{ rad}$$

$$\text{numero di giri} = \frac{157 \text{ rad}}{6,28 \text{ rad/giro}} = 25,0 \text{ giri}$$

**27** La centrifuga di una lavatrice passa da zero a 650 giri/min in 5,0 s.

- ▶ Calcola l'accelerazione angolare  $\alpha$ .
- ▶ Quanti giri effettua il cestello prima di arrivare alla velocità finale? [14 rad/s<sup>2</sup>; 27 giri]

**28** Un'ultracentrifuga raggiunge la frequenza di regime dopo circa 20000 rotazioni. L'accelerazione angolare è circa 100 rad/s<sup>2</sup>.

- ▶ Calcola la frequenza di regime in giri al minuto. [~ 48000 giri/min]

**29** A 70 km/h il contagiri del motore dell'auto indica 1800 rpm (giri al minuto). L'autista preme l'acceleratore e accelera di 10 km/h al secondo, senza cambiare marcia.

- ▶ Determina l'accelerazione angolare  $\alpha$  dell'asse del motore. [27 rad/s<sup>2</sup>]

## 4 Il momento di una forza

### 30 QUANTO?

Quanto vale il momento del peso di un tuffatore di 70 kg in piedi sul bordo di un trampolino lungo 1,5 m? [1 · 10<sup>3</sup> N · m]

### 31 QUANTO?

Una gru è in grado di sopportare un momento di 245 kN · m e ha un braccio di 25 m.

- ▶ Qual è il carico massimo che la gru può sollevare? [1 · 10<sup>3</sup> kg]

**32** Un meccanico deve serrare un dado che porta l'indicazione 40 N · m. Impugna la chiave inglese a 20 cm dal dado ed esercita una forza di modulo  $F$  in direzione perpendicolare alla chiave.

- ▶ Calcola  $F$ . [200 N]

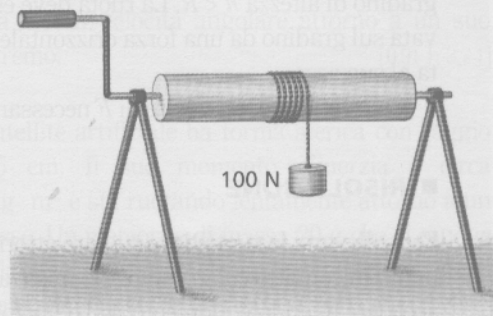
**33** La maniglia di una porta è a 80 cm dai cardini. A 30 cm dai cardini si è incastrato, sotto la porta, un pezzo di gomma che determina una forza d'attrito di 50 N.

- ▶ Calcola la forza minima con cui devi tirare la porta per aprirla (trascura la fase di accelerazione). [19 N]

**34** La parte rossa della manovella mostrata in figura è lunga 30 cm, mentre il cilindro di legno ha diametro di 15 cm.

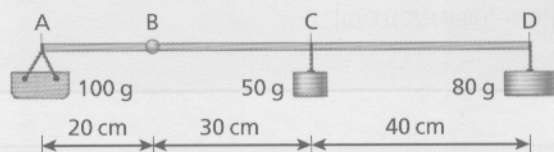
▶ Determina la forza che occorre applicare alla manovella per sollevare il peso a velocità costante.

[25 N]



**35** Una barretta molto leggera e rigida, lunga 90 cm, è suddivisa in tre parti.  $A$  indica un estremo della barretta,  $B$  è a 20 cm da  $A$ ,  $C$  è 30 cm da  $B$  e  $D$  indica l'altro estremo. La barretta è impernata nel punto  $B$ . All'estremo  $A$  viene appeso un cestello di massa 100 g. In  $C$  viene appeso un oggetto di massa 50 g e in  $D$  un oggetto di massa 80 g.

▶ Quale massa deve essere messa nel cestello perché quando la barretta è orizzontale il momento totale sia nullo? [255 g]

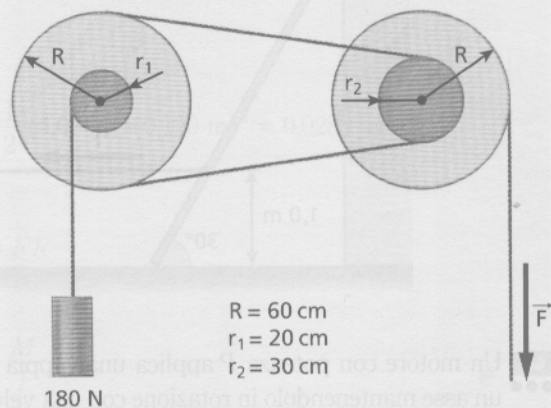


**36** Un'asta di massa  $m = 3,0$  kg è impernata a  $1/3$  della sua lunghezza.

▶ Quale massa occorre appendere all'estremità perché, quando l'asta è orizzontale, il momento totale sia nullo? [1,5 kg]

**37** Considera la situazione illustrata in figura.

▶ Calcola la forza necessaria per sollevare il peso a velocità costante. [30 N]



Una ruota di massa  $m$  e raggio  $R$  poggia contro un gradino di altezza  $h < R$ . La ruota deve essere sollevata sul gradino da una forza orizzontale  $F$  applicata al suo asse.

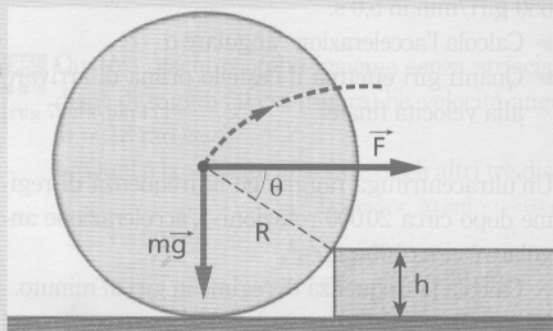
► Calcola il minimo valore di  $F$  necessario.

### ■ RISOLUZIONE

Per sollevarsi la ruota deve ruotare attorno al punto di contatto col gradino. Ciò inizia ad accadere quando il momento  $M_F$  della forza  $F$  è uguale al momento  $M_P$  della forza peso. Rispetto al punto di contatto col gradino i momenti sono:

Il valore minimo di  $F$  è quello per cui  $M_F = M_P$ :

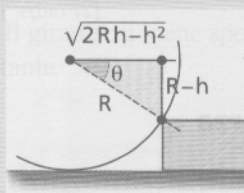
Per determinare  $\text{tg } \theta$  osserviamo il triangolo in figura:



$$M_F = F R \sin \theta$$

$$M_P = mg R \sin(90^\circ - \theta) = mg R \cos \theta$$

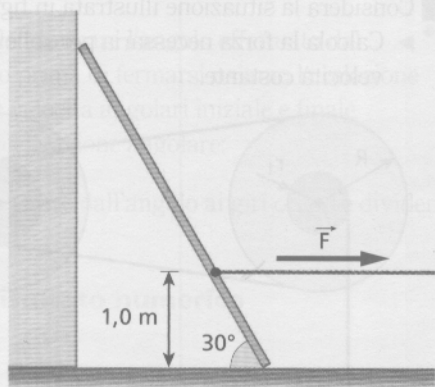
$$F R \sin \theta = mg R \cos \theta \Rightarrow F = \frac{mg}{\text{tg } \theta}$$



$$\text{tg } \theta = \frac{R-h}{\sqrt{2Rh-h^2}} \Rightarrow F = mg \frac{\sqrt{2Rh-h^2}}{R-h}$$

39 Una tavola di 36 kg e lunga 4,0 m è appoggiata a una parete e forma un angolo di  $30^\circ$  con la verticale. Una fune è legata alla tavola a un'altezza (da terra) di 1,0 m. L'attrito col pavimento è abbastanza alto da impedire che la tavola strisci.

► Con quale forza devi tirare la fune per staccare la tavola dalla parete? [0,35 kN]



40 Un motore con potenza  $P$  applica una coppia  $M$  a un asse mantenendolo in rotazione con una velocità

angolare  $\omega$ .

► Dimostra che vale la relazione  $M = P/\omega$ .

## 5 Dinamica rotazionale

### 41 QUANTO?

Quando lanci una moneta per fare «testa o croce», la moneta ruota attorno al suo diametro. Una moneta da 1 euro ha una massa di 7,50 g, un diametro di 23,25 mm e uno spessore di 2,33 mm.

► Quanto vale il momento d'inerzia della moneta da 1 euro? [ $3 \cdot 10^{-7} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ]

### 42 QUANTO?

Il motore della Ferrari 599 GTO può fornire una coppia di  $6 \cdot 10^2 \text{ N} \cdot \text{m}$ .

► Con quale accelerazione farebbe ruotare una sfera d'acciaio avente un diametro pari a 1 m e momento d'inerzia pari a  $4 \cdot 10^2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ? [ $1,5 \text{ rad/s}^2$ ]

43 Un momento di  $15 \text{ N} \cdot \text{m}$  agisce su un disco che ha momento d'inerzia  $I = 48 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ .

- Calcola l'accelerazione angolare del disco.

$$[0,31 \text{ rad/s}^2]$$

- 44 Un cilindro avente un momento d'inerzia pari a  $14 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$  ruota alla velocità di  $12 \text{ rad/s}$ .

- Determina l'energia cinetica del cilindro.  $[1,0 \cdot 10^3 \text{ J}]$

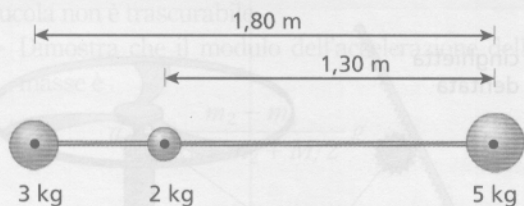
- 45 La densità dell'acciaio è  $7,86 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ .

- Calcola il momento d'inerzia di una sfera d'acciaio di diametro  $1,00 \text{ m}$ .  $[411 \text{ kg} \cdot \text{m}^2]$

- 46 Su un'asta di massa trascurabile sono fissate tre masse come in figura.

- Qual è il momento d'inerzia rispetto all'asse perpendicolare che passa per il centro di massa?

$$[6,7 \text{ kg} \cdot \text{m}^2]$$



- 47 Un'asta di massa  $1,4 \text{ kg}$  è lunga  $1,8 \text{ m}$ . Calcola la sua energia cinetica se ruota:

- a  $2,2 \text{ rad/s}$  attorno al suo centro di massa.

- alla stessa velocità angolare attorno a un suo estremo.  $[0,91 \text{ J}; 3,7 \text{ J}]$

- 48 Un satellite artificiale ha forma sferica con raggio di  $75 \text{ cm}$ . Il suo momento d'inerzia è circa  $150 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$  e sta ruotando lentamente attorno a un suo asse. Un meteorite di massa  $20 \text{ g}$  che si muove a  $0,5 \text{ km/s}$  si conficca nel satellite colpendolo quasi tangenzialmente sul suo equatore, nella stessa direzione della rotazione (la massa del meteorite non cambia sostanzialmente la massa del satellite).

- Di quanto aumenta la velocità di rotazione del satellite?  $[\text{Aumenta di circa } 0,05 \text{ rad/s}]$

- 49 La Terra si muove nel Sistema Solare con velocità media  $29,8 \text{ km/s}$ . La sua energia cinetica di traslazione  $K_t$  è notevolmente maggiore dell'energia cinetica di rotazione  $K_r$  attorno al suo asse. Approssima la Terra come una sfera omogenea.

- Calcola il rapporto  $K_t/K_r$ .

$$[(5/2)(28,9/0,46)^2 \sim 10^4]$$

## 50 ESEMPIO

Un cilindro fermo di massa  $m = 4,00 \text{ kg}$  ha un raggio  $R = 12,0 \text{ cm}$  ed è imperniato in modo da ruotare sul suo asse. Attorno al cilindro è avvolta una corda che viene tirata con una forza  $F = 1,80 \text{ N}$ .

- Calcola il momento d'inerzia del cilindro.  
 ► Calcola l'accelerazione angolare.  
 ► Calcola la velocità angolare dopo  $4,0 \text{ s}$ .

### ■ RISOLUZIONE

- Dalla tabella di pagina 279, il momento d'inerzia di un cilindro rispetto al suo asse è:

$$I = \frac{1}{2} mR^2$$

#### ■ Risultato numerico

$$m = 4,00 \text{ kg}$$

$$R = 0,120 \text{ m}$$

$$I = \frac{1}{2} (4,00 \text{ kg})(0,120 \text{ m})^2 = 0,0288 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

- La corda si svolge tenendosi tangente al cilindro, vale a dire perpendicolare al raggio, quindi il momento della forza è

$$M = FR$$

Il momento della forza produce un'accelerazione angolare costante:

$$\alpha = \frac{M}{I}$$