

Sebbene in questo testo si usino generalmente le unità SI, è opportuno conoscere altri tre sistemi: il sistema cgs, un sistema metrico che ha per unità fondamentali il centimetro, il grammo e il secondo, strettamente legato al Sistema Internazionale, ancora usato da molti scienziati; il sistema tecnico e il sistema britannico (quest'ultimo ancora molto diffuso negli Stati Uniti), i quali usano un'unità di forza al posto di un'unità di massa, come unità fondamentale.

L'unità di massa nel sistema cgs, il grammo (g), è oggi definita pari esattamente a un millesimo di kilogrammo:

$$1 \text{ g} = 10^{-3} \text{ kg} \quad 4.5$$

In origine, il grammo era stato scelto come la massa di  $1 \text{ cm}^3$  di acqua a pressione e temperatura normale. L'unità di forza nel sistema cgs, chiamata *dina* (dyn), è la forza che, se applicata alla massa di 1 g, produce l'accelerazione di un centimetro al secondo al secondo, ossia di un centimetro al secondo quadrato:

$$1 \text{ dyn} = 1 \text{ g} \cdot \text{cm/s}^2 \quad 4.6$$

Poiché queste unità sono molto piccole, il sistema cgs è meno comodo del Sistema Internazionale per scopi pratici. Ad esempio, la massa di una monetina è circa 3 g. Poiché l'accelerazione di gravità è  $981 \text{ cm/s}^2$ , il peso della monetina nel sistema cgs è all'incirca

$$P = mg = (3 \text{ g})(981 \text{ cm/s}^2) = 2,94 \cdot 10^3 \text{ dyn}$$

La dina è un'unità di forza molto piccola. La relazione tra dina e newton è:

$$1 \text{ dyn} = \frac{1 \text{ g} \cdot \text{cm}}{\text{s}^2} \times \frac{1 \text{ kg}}{10^3 \text{ g}} \times \frac{1 \text{ m}}{10^2 \text{ cm}} = 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2$$

ossia

$$1 \text{ dyn} = 10^{-5} \text{ N} \quad 4.7$$

Il sistema tecnico (o sistema degli ingegneri), come si è detto, usa come grandezza fondamentale la forza al posto della massa. Le unità di misura della lunghezza e del tempo sono le stesse del Sistema Internazionale, cioè il metro e il secondo. Il kilogrammo-forza (kgf) è, per definizione, quella forza che, applicata alla massa di 1 kg, le imprime un'accelerazione pari all'accelerazione di gravità, fissata a  $9,8066 \text{ m/s}^2$ . Il kilogrammo-forza è legato al newton dalla relazione:

$$1 \text{ kgf} = 9,81 \text{ N}$$

Nel sistema tecnico l'unità di misura della massa è un'unità derivata, che è indicata con il simbolo  $u_m$ ; si ha la relazione:

$$1 u_m = 9,81 \text{ kg}$$

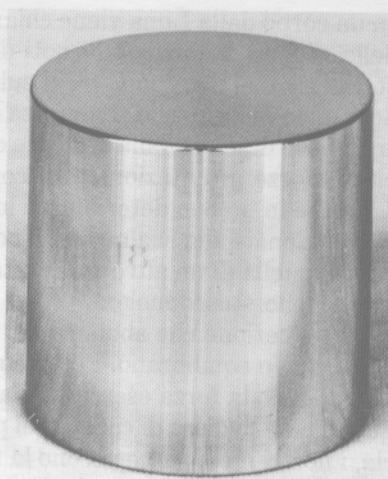
Anche il sistema britannico usa come unità fondamentale un'unità di forza al posto dell'unità di massa. La libbra-forza (simbolo: lbf) fu definita inizialmente come il peso di un ben determinato corpo campione in un posto ben definito; ora è definita come  $4,448222 \text{ N}$ . (Questo è il peso di un corpo avente la massa di  $0,45359237 \text{ kg}$  in un luogo in cui  $g$  vale  $9,80665 \text{ m/s}^2 = 32,1740 \text{ ft/s}^2$ .) Arrotondando a tre cifre significative, si ha

$$1 \text{ lbf} \approx 4,45 \text{ N}$$

Poiché 1 kg pesa 9,81 N, il suo peso in libbre è

$$9,81 \text{ N} \times \frac{1 \text{ lbf}}{4,45 \text{ N}} = 2,20 \text{ lbf}$$

L'unità di massa nel sistema britannico è definita come la massa che avrà l'accelerazione di  $1 \text{ ft/s}^2$  se le è applicata la forza di 1 lbf; questa unità, chiamata *slug*, è la massa di un corpo che pesa  $32,2 \text{ lbf}$ .



Il kilogrammo campione conservato nel Bureau International des Poids et Mesures a Sèvres, presso Parigi.

libbra-forza

**Esempio 4.2**

Qual è il peso espresso in kilogrammi-forza di un corpo che ha la massa di 10 kg?

Il peso in newton di questo corpo è

$$P = mg = (10 \text{ kg})(9,81 \text{ m/s}^2) = 98,1 \text{ N}$$

Ma, poiché  $1 \text{ kgf} = 9,81 \text{ N}$ , segue che

$$P = 98,1 \text{ N} = 10 \text{ kgf}$$

Lo stesso numero che esprime la massa di un corpo in kilogrammi ne esprime il peso in kilogrammi-forza.

Sebbene il peso di un corpo vari da luogo a luogo, a causa delle variazioni di  $g$ , queste variazioni sono troppo piccole per poter essere apprezzate nella maggior parte delle applicazioni pratiche; perciò, nella nostra esperienza quotidiana, il peso di un corpo ci appare come una sua caratteristica tanto costante quanto la sua massa.

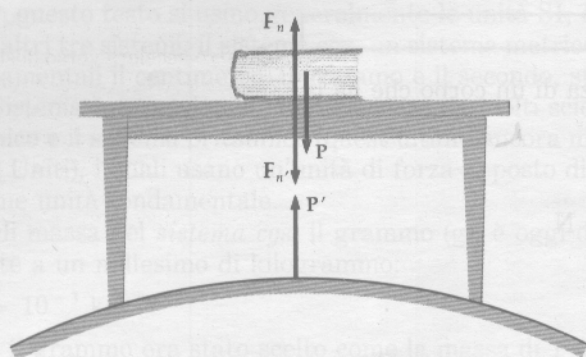
**Quesiti**

14. Quanto vale il vostro peso in newton?
15. Quanto vale la vostra massa in kilogrammi?
16. Quanto varrebbe il vostro peso sulla Luna, dove i corpi cadono con l'accelerazione di circa  $1,625 \text{ m/s}^2$ ?

**4.4****La terza legge di Newton**

La terza legge di Newton, il *principio di azione e reazione*, descrive una proprietà importante delle forze, cioè che esse si presentano sempre a due a due. Per esempio, se una forza viene esercitata su un certo corpo  $A$ , deve esistere un agente esterno, un altro corpo  $B$ , che esercita la forza. La terza legge afferma che il corpo  $A$  esercita una forza uguale, ma contraria, sul corpo  $B$ . Per esempio, la Terra esercita una forza gravitazionale  $\mathbf{F}_g$  su un proiettile, facendolo accelerare verso il suolo. Per la terza legge, a sua volta il proiettile esercita una forza sulla Terra uguale in modulo e opposta in orientamento. Quindi il proiettile esercita sulla Terra una forza  $\mathbf{F}'_g$ , attraendola verso di sé. Se questa fosse la sola forza agente sulla Terra, quest'ultima accelererebbe verso il proiettile. (Poiché vi sono molte altre forze che agiscono sulla Terra ed essa ha una massa molto grande, l'accelerazione a cui essa è soggetta a causa di questa forza è trascurabile e non viene osservata.)

Nella trattazione della terza legge di Newton si usano spesso i termini *azione* e *reazione*. Se la forza esercitata sul corpo  $A$  è chiamata *azione* di  $B$  su  $A$ , allora la forza che  $A$  esercita sul corpo  $B$  è chiamata *reazione* di  $A$  su  $B$ . Non è importante quale di queste due forze sia chiamata azione e quale reazione; gli aspetti importanti sono che le forze si manifestano sempre in coppie azione-reazione e che la reazione è uguale in modulo e opposta in orientamento all'azione.



**Figura 4.5.** Azione e reazione. Il peso  $P$  è la forza (azione) esercitata sul libro dalla Terra. La reazione  $P'$ , uguale e opposta, è la forza esercitata sulla Terra dal libro. In modo analogo, il tavolo esercita una forza  $F_n$  sul libro e quest'ultimo esercita una forza uguale e opposta  $F'_n$  sul tavolo. L'azione e la reazione si esercitano su corpi diversi e quindi non possono farsi equilibrio.

Si noti che l'azione e la reazione non possono mai equilibrarsi l'una con l'altra perché esse agiscono su corpi diversi. Questo fatto è illustrato nella figura 4.5, che mostra due coppie azione-reazione nel caso di un libro poggiato su un tavolo. La forza che agisce verso il basso sul libro è il peso  $P$  dovuto all'attrazione della Terra. Una forza uguale e opposta  $P'$  viene esercitata dal libro *sulla Terra*. Queste forze sono una coppia azione-reazione. Se fossero le sole forze agenti, il libro accelererebbe verso il basso, perché ci sarebbe una sola forza agente su di esso. Però, il tavolo in contatto con il libro esercita una forza diretta verso l'alto  $F_n$  su di esso; questa forza equilibra il peso del libro. Anche il libro esercita una forza  $F'_n$  verso il basso sul tavolo. Anche le forze  $F_n$  e  $F'_n$  sono una coppia azione-reazione.

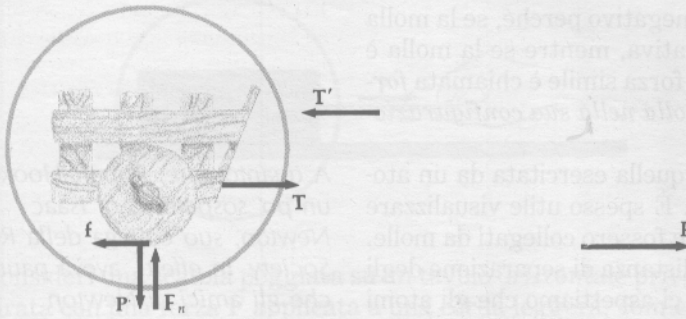
### Esempio 4.3

Un cavallo si rifiuta di tirare il carro. Il cavallo ragiona così: «Per la terza legge di Newton, qualunque forza io eserciti sul carro esso eserciterà una forza uguale e opposta su di me e, quindi, la forza risultante sarà nulla e io non avrò nessuna speranza di accelerare il carro.» Che cosa è sbagliato in questo ragionamento?



La figura 4.6 è uno schizzo del cavallo che tira il carro. Poiché siamo interessati al moto del carro, l'abbiamo racchiuso in un cerchio e abbiamo indicato le forze che agiscono su di esso. La forza esercitata





**Figura 4.6.** Un cavallo tira un carro. Il carro accelera verso destra se la forza  $T$  esercitata su di esso dal cavallo è maggiore della forza d'attrito  $f$  esercitata su di esso dal suolo. La forza  $T'$  è uguale e opposta a  $T$ ; poiché essa si esercita sul *cavallo*, non ha alcun effetto sul moto del carro.

tata dal cavallo è indicata con  $T$ . Altre forze che agiscono sul carro sono: il suo peso  $P$ , la forza verticale esercitata dal terreno  $F_n$  e la forza orizzontale esercitata dal terreno, dovuta all'attrito, indicata con  $f$ . Le forze verticali  $P$  e  $F_n$  si fanno equilibrio (questo possiamo affermarlo perché sappiamo che il carro non accelera verticalmente). Le forze orizzontali sono  $T$  verso destra e  $f$  verso sinistra. Il carro accelererà se  $T$  è maggiore di  $f$ . Si noti che la reazione a  $T$ , che chiamiamo  $T'$ , è esercitata sul *cavallo*, non sul carro. Essa non ha alcun effetto sul moto del carro, però influenza il moto del cavallo. Se il cavallo accelera verso destra, ci dev'essere una forza  $F$  (verso destra), esercitata dal terreno sulle zampe del cavallo, la quale è maggiore di  $T'$ . Questo esempio illustra l'importanza di un semplice diagramma nella risoluzione dei problemi di meccanica. Se il cavallo avesse tracciato un semplice diagramma, avrebbe visto che tutto quello che doveva fare era esercitare una forza orizzontale all'indietro sul terreno, in modo che il terreno lo spingesse in avanti.

#### 4.5 Molle, corde e forze di sostegno

La maggior parte delle forze vengono esercitate da un corpo in contatto con un altro (fanno eccezione la forza di gravità, la forza elettrica e la forza magnetica). Una molla realizzata avvolgendo a forma di spirale un filo metallico rigido è un oggetto familiare che abbiamo descritto in breve nel paragrafo 4.1. La forza esercitata dalla molla quando viene accorciata o allungata è il risultato di complicate forze intermolecolari all'interno della molla, ma, per la maggior parte delle applicazioni, è sufficiente una descrizione empirica del comportamento macroscopico della molla. Se la molla viene accorciata o allungata e poi lasciata libera, essa ritorna alla sua lunghezza iniziale o naturale, ammesso che la sua deformazione non sia stata troppo grande. C'è un limite a tali deformazioni, oltre il quale la molla non ritorna alla sua lunghezza iniziale, ma resta deformata permanentemente. Se ci limitiamo a deformazioni inferiori a questo limite, possiamo tarare l'accorciamento o l'allungamento  $\Delta x$  in funzione della forza necessaria per produrlo, com'è stato descritto nel paragrafo 4.1. Si è trovato sperimentalmente che, per  $\Delta x$  piccolo, la forza esercitata dalla molla è circa direttamente proporzionale a  $\Delta x$ . Questa relazione, chiamata *legge di Hooke*, può essere scritta nella forma

$$F_x = -k(x - x_0) = -k\Delta x \quad 4.8$$

legge di Hooke

dove la costante  $k$  è chiamata *costante elastica* o *rigidezza* della molla. La distanza  $x$  è la coordinata dell'estremità libera della molla o di un corpo qualsiasi attaccato a quell'estremità. La costante  $x_0$  è il valore di questa coordinata quando la molla non è deformata, cioè è nella sua posizione

di equilibrio. Nell'equazione 4.8 c'è un segno negativo perché, se la molla è allungata ( $\Delta x$  è positivo), la forza  $F_x$  è negativa, mentre se la molla è accorciata ( $\Delta x$  è negativo),  $F_x$  è positiva. Una forza simile è chiamata *forza di richiamo*, perché tende a riportare la molla nella sua configurazione iniziale.

La forza esercitata da una molla è simile a quella esercitata da un atomo su un altro in una molecola o in un solido. È spesso utile visualizzare gli atomi in una molecola o in un solido come se fossero collegati da molle. Per esempio, se aumentiamo leggermente la distanza di separazione degli atomi in una molecola e poi li lasciamo liberi, ci aspettiamo che gli atomi oscillino avanti e indietro come se fossero due masse collegate da una molla.

Se tiriamo una corda flessibile, essa si allunga leggermente ed esercita su di noi una trazione con una forza uguale, ma opposta (salvo il caso in cui si rompa). Possiamo immaginare una corda come una molla con una costante elastica così grande che il suo allungamento è trascurabile. Però, poiché la corda è flessibile, non possiamo esercitare su di essa una forza di compressione: se spingiamo una corda, essa si limita a piegarsi.

Quando due corpi sono in contatto l'uno con l'altro, essi esercitano forze l'uno sull'altro a causa dell'interazione delle molecole dell'uno con quelle dell'altro. Si consideri un libro poggiato su un tavolo orizzontale. Il peso del libro lo spinge verso il basso, comprimendolo contro il tavolo. Poiché le molecole del tavolo hanno una grande resistenza alla compressione, il tavolo esercita sul libro una forza diretta verso l'alto perpendicolare, o normale, alla superficie, senza che si possa apprezzare una sua deformazione (misure accurate mostrerebbero che la superficie di sostegno si piega sempre leggermente come conseguenza di un carico). In modo simile, il libro esercita una forza sul tavolo diretta verso il basso. Si noti che questa forza normale esercitata da una superficie sull'altra può avere valori molto diversi. Per esempio, salvo il caso in cui il libro sia così pesante da rompere il tavolo, quest'ultimo eserciterà sul libro una forza di sostegno diretta verso l'alto esattamente uguale al peso del libro, indipendentemente da quanto pesi il libro. Naturalmente, se si aggiunge una pressione sul libro, il tavolo eserciterà una forza di sostegno maggiore del peso del libro per impedirgli di accelerare verso il basso.

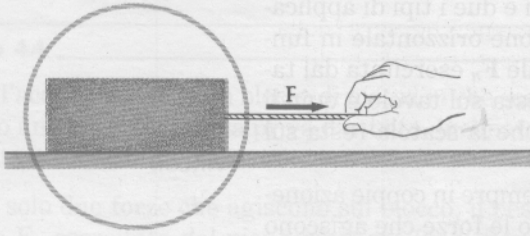
In certe circostanze i corpi in contatto eserciteranno l'uno sull'altro forze parallele alle superfici in contatto. Il componente parallelo della forza di contatto esercitata da un corpo su un altro è chiamato *forza d'attrito*. Studieremo l'attrito nel prossimo capitolo.

A quanto pare, Robert Hooke è un po' sospettoso di Isaac Newton, suo collega della Royal Society. In effetti, aveva paura che gli amici di Newton potessero tentare di attribuire a quest'ultimo il merito per la legge di Hooke. Quindi scrisse la legge in latino — *ut tensio sic vis*, «come la deformazione così la forza» — rimescolò le lettere formando un anagramma, e lo mandò a un amico in una lettera perché la conservasse.

## 4.6

### Applicazione delle leggi di Newton alla risoluzione di problemi: forze costanti

Le leggi di Newton vengono usate per determinare l'accelerazione di una particella (un punto materiale), partendo dalla conoscenza di tutte le forze che agiscono su di essa, o, viceversa, per determinare le forze che agiscono su una particella, se si conosce la sua accelerazione. In questo paragrafo si illustrerà l'applicazione delle leggi di Newton alla risoluzione dei problemi, considerando alcuni semplici esempi di moto dovuto all'azione di forze costanti. Lo studio accurato di questi semplici esempi vi farà comprendere il contenuto della meccanica newtoniana e vi insegnerà come applicarla. I problemi pratici, in generale, sono più complessi di questi esempi, ma i metodi per risolverli sono l'estensione naturale dei metodi illustrati qui. Nel capitolo 5 si discuteranno alcuni esempi più generali sull'applicazione delle leggi di Newton.



**Figura 4.7.** Una scatola su una superficie orizzontale priva d'attrito; sulla scatola viene esercitata una forza orizzontale per mezzo di una corda. Il primo passo per risolvere il problema consiste nell'isolare il sistema da analizzare. In questo caso il cerchio isola la scatola da ciò che la circonda.

Si consideri una scatola poggiata su un tavolo orizzontale privo d'attrito e tirata con una forza  $\mathbf{F}$  applicata a una corda leggera, com'è mostrato nella figura 4.7. Per trovare il moto della scatola bisogna trovare la forza risultante che agisce su di essa. Il primo passo consiste nello scegliere il corpo di cui bisogna determinare l'accelerazione e su cui agiscono le forze da prendere in considerazione. Nella figura è stato tracciato un cerchio attorno alla scatola per aiutarci a isolarla mentalmente da ciò che la circonda. Vi sono due categorie di forze che possono agire su un corpo:

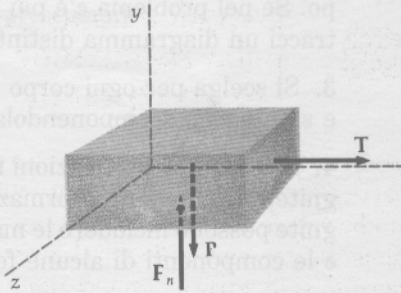
1. *forze di contatto*, esercitate da corpi come molle, corde o superfici in contatto diretto con il corpo in questione;
2. *forze del tipo azione a distanza*, cioè forze esercitate da corpi che non sono in contatto diretto con il corpo in questione; la forza di gravità (cioè, il peso di un corpo) e le forze elettriche e magnetiche sono esempi tipici di forze di questo genere; per determinare se vi sono forze di questo tipo occorre sapere se ci sono nelle vicinanze corpi che esercitino una forza gravitazionale apprezzabile o se ci sono nelle vicinanze cariche elettriche che possano esercitare forze elettriche o magnetiche.

due categorie di forze

Sulla scatola di questo esempio agiscono tre forze esterne: esse sono mostrate nella figura 4.8. Una figura simile è chiamata *diagramma del corpo libero*. Le tre forze sono:

diagramma del corpo libero

1. Il peso della scatola,  $\mathbf{P}$ ; questa è una forza del tipo azione a distanza.
2. La forza di contatto esercitata dal tavolo,  $\mathbf{F}_n$ ; poiché si suppone che il tavolo sia privo di attrito, la forza di contatto è perpendicolare al tavolo. Una tale forza è chiamata *forza normale* (la parola «normale» sta per perpendicolare).
3. La forza di contatto esercitata dalla corda,  $\mathbf{T}$ , chiamata *tensione* nella corda. Supponendo che la massa della corda sia trascurabile rispetto a quella della scatola, questa forza è uguale alla forza applicata alla corda dalla mano:  $\mathbf{T} = \mathbf{F}$ : la corda agisce solo da tramite per trasmettere alla scatola la forza esercitata dalla mano. In generale, una corda leggera che collega due punti ha una tensione che ha modulo costante e agisce lungo la corda. (Questo vale anche per una corda che passi attorno a un piolo privo di attrito oppure attorno a una carrucola di massa trascurabile, purché non vi siano forze tangenziali sulla corda tra i due punti considerati.)



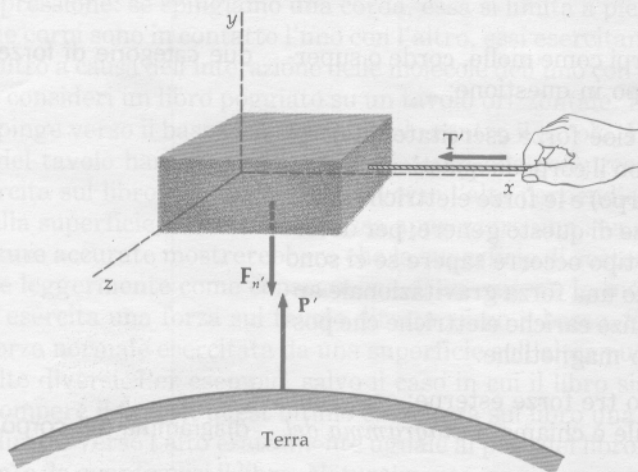
**Figura 4.8.** Il diagramma del corpo libero per la scatola della figura 4.7. Le tre forze importanti che agiscono sul blocco sono: la forza  $\mathbf{P}$  esercitata dalla Terra, la forza normale  $\mathbf{F}_n$  esercitata dal tavolo e la forza  $\mathbf{T}$  esercitata dalla corda.

Nella figura 4.8 è indicato anche un sistema conveniente di coordinate. Si noti che la forza normale  $\mathbf{F}_n$  e il peso  $\mathbf{P}$  sono stati disegnati con modulo uguale. Sappiamo che queste forze hanno modulo uguale perché la scatola non accelera in direzione verticale. Poiché la forza risultante è nella direzione  $x$  e ha modulo  $T$ , la seconda legge di Newton dà  $T = ma_x$ ; quindi  $a_x = T/m = F/m$ .



Anche in questo semplice esempio si usano tutti e due i tipi di applicazione della legge di Newton: si trova l'accelerazione orizzontale in funzione della forza data  $\mathbf{F}$ , e si trova la forza verticale  $\mathbf{F}_n$  esercitata dal tavolo come conseguenza del fatto che la scatola resta sul tavolo e quindi  $a_y = 0$ . I limiti al moto di un corpo, come il fatto che la scatola resta sul tavolo, sono chiamati *vincoli*.

Per la terza legge di Newton, le forze agiscono sempre in coppie azione-reazione. Nella figura 4.8 sono state mostrate solo le forze che agiscono sulla scatola. La figura 4.9 mostra le reazioni alle forze indicate nella figura 4.8. Esse sono: la forza gravitazionale  $\mathbf{P}'$  esercitata dalla scatola sulla Terra, la forza  $\mathbf{F}'_n$  esercitata dalla scatola sul tavolo, e la forza  $\mathbf{T}'$  esercitata dalla scatola sulla corda. Poiché queste forze non sono esercitate sulla scatola, esse non hanno nulla a che vedere con il suo moto; vengono perciò trascurate nell'applicazione della seconda legge di Newton al moto della scatola.



vincoli

**Figura 4.9.** Le reazioni corrispondenti alle tre forze rappresentate nella figura 4.8. Si noti che queste forze *non* agiscono sulla scatola:  $\mathbf{T}'$  agisce sulla corda,  $\mathbf{F}'_n$  agisce sul tavolo e  $\mathbf{P}'$  agisce sulla Terra.

Questo semplice esempio illustra un metodo generale per affrontare i problemi usando le leggi di Newton; esso è costituito dai seguenti passi:

1. Si faccia un disegno chiaro.
2. Si isoli il corpo (la particella) considerato e si tracci un diagramma del corpo libero, indicando ogni forza esterna che agisce sul corpo. Se nel problema c'è più di un corpo a cui siamo interessati, si tracci un diagramma distinto per ciascuno di essi.
3. Si scelga per ogni corpo un sistema di coordinate conveniente e si applichi, scomponendola, la legge di Newton  $\Sigma \mathbf{F} = m\mathbf{a}$ .
4. Si risolvano le equazioni risultanti rispetto alle grandezze incognite, usando ogni informazione addizionale disponibile. Le incognite possono includere le masse, le componenti delle accelerazioni e le componenti di alcune forze.
5. Infine si analizzino con cura i risultati, controllando che essi corrispondano ragionevolmente alle aspettative. È particolarmente utile prevedere le soluzioni corrispondenti a valori estremi delle variabili del problema; in questo modo è possibile controllare se nel lavoro svolto ci siano errori.

metodo generale per la risoluzione dei problemi

Si danno ora alcuni esempi.