

Le leggi di Newton

Finora abbiamo studiato soltanto come si manifesta il moto; cioè, come i corpi aumentano di velocità e superano distanze se sono sottoposti a un'accelerazione costante. Non abbiamo ancora studiato le cause dell'accelerazione, né perché i corpi cadono con la stessa velocità, indipendentemente dal loro peso. Isaac Newton, che nacque nel 1642, l'anno in cui morì Galileo, si assunse il compito di spiegare le cause del moto. Quando era studente a Cambridge, dove fu in seguito professore di matematica, Newton venne a conoscenza degli studi di Galileo e di quelli di Keplero sul moto dei pianeti. Egli voleva spiegare perché i pianeti percorrono orbite ellittiche con velocità che dipendono dalla loro distanza dal Sole, e anche perché mai il sistema solare riesce a stare unito. Come primo passo concepì l'idea della *massa* di un corpo — la sua resistenza a cambiare velocità — come proprietà importante del corpo. In seguito sviluppò la legge di gravitazione universale per spiegare che cosa tiene insieme il sistema solare.

La legge di gravitazione universale di Newton sarà trattata in dettaglio nel capitolo 9. In questo capitolo si considerano le tre leggi del moto, con le quali Newton iniziò il suo capolavoro *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*. Vi renderete conto che un'incredibile varietà di fenomeni si può spiegare mediante le leggi di Newton sul moto, e il mondo che vi circonda vi apparirà ben diverso quando avrete colto la loro importanza.

*La Natura con le sue leggi giacque
nascosta nella notte;
Dio disse «Newton sia»
e tutto fu luce.*
Alexander Pope



Isaac Newton (1642-1727)

4.0 La meccanica classica, o newtoniana, è una teoria del moto basata sui concetti di massa e di forza e sulle leggi che collegano questi concetti fisici alle grandezze cinematiche — spostamento, velocità e accelerazione — trattate nei capitoli precedenti. Nella meccanica classica tutti i fenomeni possono essere descritti usando tre leggi, chiamate leggi del moto di Newton. Inizieremo enunciando le leggi di Newton, e poi ne illustreremo le applicazioni con problemi piuttosto semplici, che comportano l'uso di forze costanti. Nel capitolo seguente tratteremo alcune applicazioni più generali.

È interessante leggere la versione di Newton delle leggi del moto (*).

Legge I. Ciascun corpo persevera nel proprio stato di quiete o di moto rettilineo uniforme, eccetto che sia costretto a mutare quello stato da forze impresse.

Legge II. Il cambiamento di moto è proporzionale alla forza motrice impressa, ed avviene lungo la linea retta secondo la quale la forza è stata impressa.

Legge III. Ad ogni azione corrisponde una reazione uguale e contraria: ossia, le azioni di due corpi sono sempre uguali fra loro e dirette verso parti opposte.

Corollario I. Un corpo spinto da forze congiunte, descriverà la diagonale di un parallelogramma nello stesso tempo nel quale descriverebbe separatamente i lati.

Una versione moderna di queste leggi è:

leggi del moto di Newton

Legge 1 - Un corpo continua nel suo stato iniziale di quiete o di moto con velocità costante, a meno che sia soggetto all'azione di una forza esterna.

Legge 2 - L'accelerazione di un corpo è inversamente proporzionale alla sua massa ed è direttamente proporzionale alla risultante delle forze esterne che agiscono su di esso:

$$\mathbf{a} = \frac{\Sigma \mathbf{F}}{m}$$

ossia

$$\Sigma \mathbf{F} = \mathbf{F}_{\text{ris}} = m\mathbf{a}$$

4.1

Legge 3 - Le forze si presentano sempre a due a due: se il corpo A esercita una forza sul corpo B, una forza uguale, ma contraria, viene esercitata dal corpo B sul corpo A.

Corollario - Le forze si sommano come vettori.

Il simbolo Σ (lettera sigma maiuscola dell'alfabeto greco), detto sommatore, è usato per indicare sinteticamente la somma di più addendi; quindi $\Sigma \mathbf{F}$ significa la somma di tutte le forze che agiscono sul corpo. Questa somma è la *forza risultante* che agisce sul corpo.

Le leggi di Newton pongono in relazione l'accelerazione di un corpo con la sua massa e le forze che agiscono su di esso. Abbiamo idee intuitive sui termini *forza* e *massa*. Pensiamo che una forza sia una spinta o una trazione, come quella esercitata dai nostri muscoli, e visualizziamo un corpo dotato di grande massa come qualcosa di voluminoso o di pesante. Queste nozioni intuitive vanno bene per la conversazione di ogni giorno, ma non per l'applicazione delle leggi di Newton ai problemi di fisica, o anche per un'accurata enunciazione delle leggi. Per comprendere pienamente le leggi di Newton ed essere in grado di applicarle, dobbiamo definire accuratamente questi termini. Lo facciamo descrivendo i metodi per misurare queste grandezze. Scopriremo allora che la seconda legge di Newton segue direttamente dalle definizioni di forza e di massa.

(*) Isaac Newton, *Principi matematici della Filosofia naturale*. A cura di A. Pala. Torino, UTET, 1965, pag. 113 e segg.

Si consideri un corpo, come ad esempio un blocco di legno o di metallo, poggiato su una superficie orizzontale, ad esempio un tavolo. Osserviamo che, se il corpo è fermo (rispetto al tavolo), esso resta fermo, a meno che lo spingiamo o lo tiriamo. Se lanciamo il corpo lungo la superficie del tavolo, esso striscia per un tratto, ma alla fine la sua velocità diminuisce ed esso si ferma. Attribuiamo la diminuzione della velocità alla *forza d'attrito* esercitata sul corpo dal tavolo. Se levighiamo la superficie del tavolo e quella del corpo, il corpo striscerà per un tratto più lungo e la diminuzione della sua velocità in un tempo dato sarà minore. Se sosteniamo il corpo con un sottile cuscino d'aria (esistono esperimenti didattici che usano questo meccanismo), il corpo striscerà per un tempo e per un tratto considerevoli, quasi senza una variazione percettibile della sua velocità. Possiamo estrapolare da questo comportamento l'idea di una superficie *ideale priva d'attrito*, che non impedisca in alcun modo il movimento di un corpo e possiamo affermare che su una tale superficie la velocità di un corpo non cambierà. Abbiamo così *definito* una situazione in cui *non vi sono forze* (orizzontali) che agiscono sul corpo. Se non ci sono forze che agiscono sul corpo, la velocità del corpo resta costante. Questa è la prima legge di Newton, il *principio d'inerzia*.

Se la velocità di un corpo non è costante, possiamo concludere che su di esso agisce una forza. Il problema successivo, quindi, sarà quello di misurare la forza. Lo facciamo *definendo il modulo e la direzione orientata di una data forza per mezzo dell'accelerazione che essa produce su un corpo determinato, che chiamiamo corpo campione*. Il corpo campione internazionale è un cilindro di una lega di platino accuratamente conservato nel Bureau International des Poids et Mesures, a Sèvres, in Francia. La massa del corpo campione è 1 kg, l'unità di misura della massa nel Sistema Internazionale. (Tratteremo la definizione e la misura della massa tra breve.) La forza richiesta per produrre un'accelerazione di 1 m/s^2 sul corpo campione è, per definizione, 1 newton (N). In modo simile, la forza che produce un'accelerazione di 2 m/s^2 è, per definizione, 2 N. Quindi, definiamo la forza per mezzo dell'accelerazione che essa produce su un corpo campione.

Un comodo strumento per esercitare forze su un corpo è una molla. Bisogna spingere o tirare per accorciare o allungare una molla, deformandone la sua lunghezza naturale; quanto più si spinge o si tira, tanto maggiore è l'accorciamento o l'allungamento. Si consideri una determinata molla attaccata al nostro corpo campione, che è poggiato su una superficie orizzontale priva d'attrito, com'è mostrato nella figura 4.1. Se si allunga la molla rispetto alla sua lunghezza naturale, il corpo accelera. Annotando l'allungamento necessario per produrre una data accelerazione del corpo campione e usando la definizione di forza, si può tarare la molla in unità di forza: nella figura 4.2 è mostrato il grafico della forza in funzione dell'allungamento di una molla tipica. Usando lo stesso corpo campione possiamo tarare in modo simile altre molle. Possiamo a questo punto effettuare esperimenti per vedere come si combinano forze diverse.

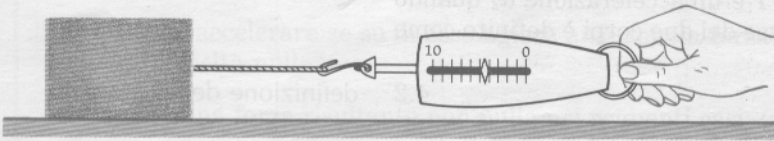


Figura 4.1. Una forza orizzontale è applicata a un corpo mediante una molla allungata. La molla può essere tarata notando l'allungamento prodotto da una data forza, a sua volta misurata dall'accelerazione prodotta.

prima legge di Newton
(principio d'inerzia)

$$F = m g$$

definizione del newton

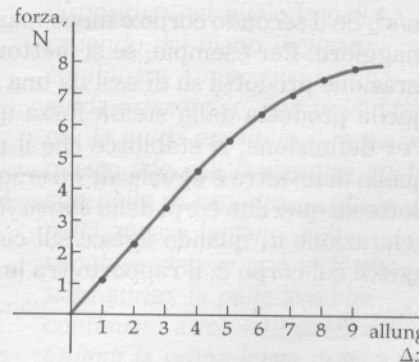


Figura 4.2. Curva di taratura di una bilancia a molla (dinamometro a molla), come quella mostrata nella figura 4.1.

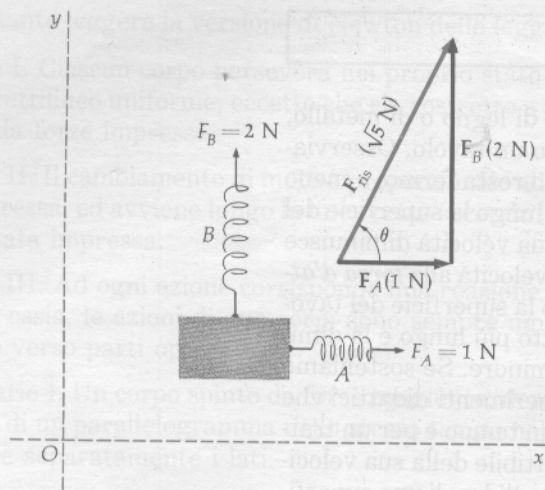


Figura 4.3. Le forze sono vettori. Le forze di 1 N nella direzione x e 2 N nella direzione y si sommano come è mostrato, per dare una forza risultante il cui modulo è $\sqrt{5}$ N e la cui direzione forma con l'asse x un angolo θ dato da $\tan \theta = 2$.

Si considerino due molle tarate attaccate al corpo campione e allungate in modo da esercitare forze in direzioni diverse, com'è mostrato nella figura 4.3. Osserviamo sperimentalmente che le forze si sommano come vettori; cioè, l'accelerazione risultante si trova sommando i vettori accelerazione che ciascuna forza produrrebbe se agisse da sola. Per esempio, se la molla A esercita una forza di 1 N lungo l'asse x e la forza B esercita una forza di 2 N lungo l'asse y , come nella figura 4.3, l'accelerazione osservata ha per modulo $a = \sqrt{1^2 + 2^2} \text{ m/s}^2 = \sqrt{5} \text{ m/s}^2$ e forma un angolo θ con l'asse x , dato da $\tan \theta = 2$, ossia $\theta = 63,4^\circ$.

Possiamo usare le molle tarate per misurare altri tipi di forze. Per esempio, la forza esercitata dall'attrazione gravitazionale della Terra su un corpo è chiamata *peso* del corpo. Se sospendiamo il corpo campione a una delle molle tarate, come nella figura 4.4, troviamo che la molla deve esercitare una forza di 9,81 N per equilibrare la forza gravitazionale diretta verso il basso, esercitata dalla Terra. Quindi il corpo campione pesa 9,81 N in prossimità della superficie della Terra.

Siamo pronti ora a definire la massa, una proprietà intrinseca dei corpi, che misura la loro resistenza all'accelerazione. Lo faremo studiando gli effetti di una data forza su corpi diversi. Se usiamo una delle molle tarate per produrre una forza determinata su un secondo corpo, troviamo che l'accelerazione prodotta per un dato allungamento della molla non è necessariamente uguale a quella ottenuta sul corpo campione. Se il secondo corpo è «più massiccio» (nel senso corrente di questo termine), si osserverà che l'accelerazione prodotta dalla forza di 1 N è minore di 1 m/s^2 . Se il secondo corpo è meno massiccio, l'accelerazione prodotta sarà maggiore. Per esempio, se si mettono insieme due corpi identici, l'accelerazione prodotta su di essi da una forza data è esattamente la metà di quella prodotta dalla stessa forza quando agisce su uno solo dei corpi. Per definizione, si stabilisce che il rapporto tra la massa di un corpo e quella di un altro è uguale all'inverso del rapporto delle accelerazioni prodotte su quei due corpi dalla stessa forza. Se una forza data produce l'accelerazione a_1 quando agisce sul corpo 1 e un'accelerazione a_2 quando agisce sul corpo 2, il rapporto tra le masse dei due corpi è definito come

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{a_1}{a_2}$$

4.2

definizione della massa

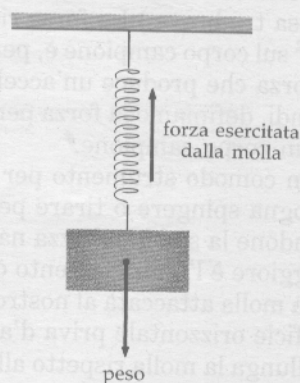


Figura 4.4. Le forze che agiscono su un corpo sospeso a una molla. La forza verso l'alto dovuta alla molla equilibra la forza verso il basso dovuta all'attrazione gravitazionale della Terra (il peso del corpo).

Quindi possiamo trovare le masse di due corpi qualsiasi applicando la stessa forza a ciascuno di essi e confrontando le loro accelerazioni. Il rapporto a_1/a_2 tra le accelerazioni prodotte dalla stessa forza su due corpi è in-

dipendente dal modulo e dalla direzione orientata della forza. Esso è anche indipendente dal tipo di forza usata, cioè, dal fatto che la forza sia dovuta a molle, all'attrazione gravitazionale, all'attrazione o repulsione elettrica o magnetica. Troviamo anche che, se la massa m_2 risulta essere il doppio della massa m_1 per confronto diretto, e se una terza massa m_3 risulta essere quattro volte la massa m_1 , m_3 sarà il doppio di m_2 , se vengono confrontate direttamente. Si può quindi creare una scala di masse scegliendo un corpo particolare come corpo campione e assegnandogli la massa di 1 unità. (La massa di 1 kg del corpo campione ufficiale inizialmente era presa uguale alla massa di $1000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ l}$ di acqua, ma quella relazione si è dimostrata leggermente inesatta.) Il corpo campione può essere usato per costruire campioni secondari per confronto diretto, e la massa di ogni altro corpo può essere trovata confrontando l'accelerazione prodotta su di esso da una forza data con quella prodotta dalla stessa forza su uno dei campioni secondari.

Esempio 4.1

Una forza data produce un'accelerazione di 5 m/s^2 sul corpo campione. Se si applica la stessa forza a un secondo corpo, la sua accelerazione è 15 m/s^2 . Qual è la massa del secondo corpo e qual è il modulo della forza?

Poiché l'accelerazione del secondo corpo è 3 volte quella del corpo campione sotto l'influenza della stessa forza, la massa del secondo corpo è $1/3$ di quella del corpo campione, ossia $0,33 \text{ kg}$. Il modulo della forza è $F = (1 \text{ kg})(5 \text{ m/s}^2) = 5 \text{ N}$.

Si noti che abbiamo definito i concetti di forza e di massa in modo che la seconda legge di Newton, $\Sigma \mathbf{F} = m\mathbf{a}$, segua direttamente dalle definizioni. Queste ultime sono in accordo con le nostre nozioni intuitive sul significato di forza e di massa. Esse sono utili perché ci permettono di descrivere una gran varietà di fenomeni fisici usando solo poche, relativamente semplici, leggi sulla forza. Per esempio, con l'aggiunta della legge di Newton sull'attrazione gravitazionale tra due corpi, possiamo calcolare e spiegare il moto della Luna, le orbite di tutti i pianeti attorno al Sole, le orbite dei satelliti artificiali, la variazione dell'accelerazione di gravità g con l'altitudine e con la latitudine, la variazione dell'accelerazione di gravità dovuta alla presenza di giacimenti di minerali, le traiettorie dei missili balistici, e molti altri fenomeni.

Quesiti

1. Se un corpo non ha accelerazione, si può concludere che su di esso non agiscono forze?
2. Un corpo deve accelerare se su di esso agisce una singola forza? Potrà mai avere velocità nulla?
3. Dite se esiste una forza risultante non nulla nei seguenti casi: (a) un corpo percorre una circonferenza a velocità di modulo costante; (b) un corpo rallenta su un percorso rettilineo; (c) un corpo percorre con velocità costante una linea retta.

In verità non tutte le leggi del moto ebbero origine con Newton. Mentre cercava di trovare la velocità di una palla che rotolava giù per un piano inclinato, Galileo costruì un dispositivo nel quale la palla cadendo dal piano inclinato continuava a muoversi su una guida orizzontale. Egli trovò che, più la guida era liscia — e a questo fine egli la rivestiva anche con pelle di capretto — più la palla andava lontano. Egli concluse che, se non ci fosse stato attrito, la palla avrebbe continuato a rotolare per sempre. Quindi la prima legge di Newton in realtà fu scoperta da Galileo. Questi sono i capricci della Fama.

4. È possibile che un corpo percorra una curva senza che alcuna forza agisca su di esso?
5. Se una singola forza nota agisce su un corpo, è possibile dire *in quale direzione orientata* il corpo si muoverà sulla base di questa sola informazione?
6. Se a un corpo inizialmente fermo si applicano parecchie forze di diversi moduli e direzioni orientate, com'è possibile prevedere la direzione orientata in cui il corpo si muoverà?
7. È possibile giudicare la massa di un corpo dalle sue dimensioni? Se A è grande il doppio di B , questo vuol dire che $m_A = 2m_B$?
8. È possibile che la massa di un corpo sia negativa?
9. A volte si dice che la massa è la misura della quantità di materia di un corpo. Si confronti questa definizione con quella data in questo paragrafo.

4.2

La forza di gravità: il peso

La forza più comune nella nostra esperienza quotidiana è quella dovuta all'attrazione gravitazionale della Terra su un corpo: questa forza è chiamata *peso del corpo*. Se lasciamo cadere un corpo in prossimità della superficie della Terra e trascuriamo la resistenza dell'aria, così che la sola forza agente sul corpo sia la forza di gravità, il corpo accelera verso la Terra con l'accelerazione di $9,81 \text{ m/s}^2$ (questa situazione è chiamata *caduta libera*). Si trova che in un dato punto dello spazio questa accelerazione è la stessa per tutti i corpi, indipendentemente dalla loro massa. Poiché l'accelerazione di un corpo è data dal rapporto tra la forza risultante e la massa del corpo, si può concludere che la forza di gravità è direttamente proporzionale alla massa del corpo.

$$\mathbf{F}_g = \mathbf{P} = m\mathbf{g} \quad 4.3$$

Il vettore \mathbf{g} nell'equazione 4.3 è chiamato *intensità del campo gravitazionale* o, più semplicemente, *campo gravitazionale* della Terra. Esso è la forza, riferita alla massa, esercitata dalla Terra su un corpo qualsiasi, ed è uguale all'accelerazione di caduta libera di un corpo se la sola forza che agisce su di esso è la forza gravitazionale della Terra. In prossimità della superficie della Terra, g ha il valore

$$g = 9,81 \text{ N/kg} = 9,81 \text{ m/s}^2$$

campo gravitazionale g

Misure accurate di g in luoghi diversi mostrano che essa non ha lo stesso valore dovunque. *La forza di attrazione della Terra su un corpo varia da luogo a luogo*. Quindi il peso, diversamente dalla massa, non è una proprietà intrinseca del corpo; cioè, esso non è una proprietà del corpo stesso come la massa. In particolare, in punti al di fuori della superficie della Terra la forza di gravità è inversamente proporzionale al quadrato della distanza del corpo dal centro della Terra. Quindi un corpo pesa di meno a grande altitudine che a livello del mare. Il campo gravitazionale varia leggermente anche con la latitudine, perché la Terra non è esattamente sferica, ma è leggermente appiattita ai poli.

In prossimità della superficie della Luna l'attrazione gravitazionale della Luna è molto maggiore di quella della Terra. Anche la forza esercitata

su un corpo dalla Luna viene chiamata peso (naturalmente in prossimità della superficie lunare). Si noti di nuovo che la massa di un corpo è la stessa sia che il corpo si trovi sulla Terra, sia che si trovi sulla Luna, o dovunque nello spazio. La massa è una proprietà del corpo stesso, mentre il peso dipende dalla natura e dalla distanza degli altri corpi che esercitano forze gravitazionali sul corpo.

Poiché in un ben determinato luogo il peso di un corpo è direttamente proporzionale alla sua massa, è possibile confrontare la massa di un corpo con quella di un altro confrontando i loro pesi, a patto che misuriamo i pesi nello stesso luogo.

La percezione che abbiamo del nostro peso di solito deriva dalle altre forze che lo equilibrano. Per esempio, quando siamo seduti su una sedia percepiamo la forza esercitata dalla sedia, che equilibra il nostro peso e quindi ci impedisce di cadere sul pavimento. Quando siamo su una bilancia, i nostri piedi percepiscono la forza esercitata su di noi dalla bilancia. La bilancia è tarata in modo da misurare la forza che essa deve esercitare (mediante compressione delle sue molle) per equilibrare il nostro peso. La forza che equilibra il nostro peso è il nostro *peso apparente*: è il peso apparente quello che leggiamo su una bilancia. Se non c'è nessuna forza a equilibrare il nostro peso, come nella caduta libera, il nostro peso apparente è zero. Questa condizione, chiamata *assenza di peso* o *imponderabilità*, viene provata dagli astronauti in orbita su un satellite. Si consideri un satellite che percorre un'orbita circolare in prossimità della superficie terrestre con un'accelerazione centripeta v^2/r , dove r è il raggio dell'orbita e v è la velocità. La sola forza che agisce sul satellite è il suo peso; quindi, esso è in caduta libera con l'accelerazione di gravità. Anche un astronauta nel satellite è in caduta libera; la sola forza che agisce sull'astronauta è il suo peso, che produce l'accelerazione $g = v^2/r$. Poiché non c'è alcuna forza che equilibri la forza di gravità, il peso apparente dell'astronauta è zero.

Quesiti

10. Date le definizioni di massa e di peso, sarebbe concepibile usare la stessa unità per entrambi?
11. Supponiamo che un corpo venga mandato nello spazio, lontano dalle galassie, dalle stelle e da altri corpi. Come cambierebbe la sua massa? E il suo peso?
12. Come farebbe un astronauta in condizioni di assenza di peso a rendersi conto della propria massa?
13. In quali circostanze il peso apparente potrebbe essere maggiore del peso vero?

4.3

Unità di misura della forza e della massa

Come l'unità di misura del tempo (il secondo) e l'unità di misura della lunghezza (il metro), anche il kilogrammo è un'unità fondamentale nel SI. L'unità di misura della forza, il newton, e le unità di misura di altre grandezze, come la quantità di moto e l'energia, che si incontreranno nel seguito, sono derivate da queste tre unità. Poiché 1 N produce un'accelerazione di 1 m/s^2 se agisce su 1 kg, si ha, dall'espressione $F = ma$

$$1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2$$

peso apparente

assenza di gravità



Assenza di peso (imponderabilità) in una capsula spaziale: gli astronauti sono in caduta libera, accelerando verso la Terra con l'accelerazione di gravità.