

Ancora esercizi sul moto parabolico - 3^aB Scientifico

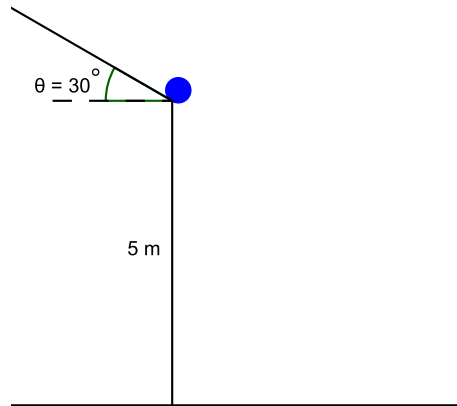
6 marzo 2011

Esercizio 1. Una pallina è lanciata orizzontalmente da un'altezza pari a 12 m ; il modulo della velocità con cui cade al suolo è pari al doppio del modulo della velocità iniziale. Si determini la velocità iniziale.

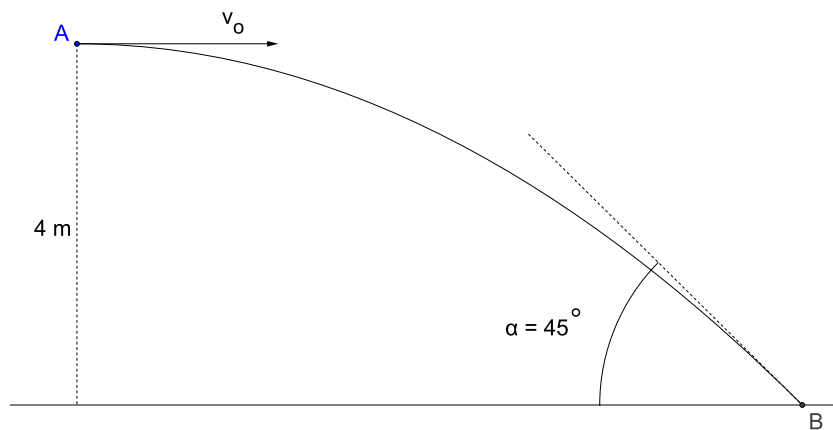
Esercizio 2. Una pallina, lanciata orizzontalmente ($v_o = 10\text{ m/s}$) da un'altezza h , colpisce il suolo dopo $1,2\text{ s}$. Si determini h . E' necessario conoscere v_o ?

Esercizio 3. Una pallina, lanciata da un'altezza h con velocità di modulo $v_o = 10\text{ m/s}$ e angolo pari a 30° , colpisce il suolo dopo $3,5\text{ s}$. Si determini h e la massima altezza raggiunta.

Esercizio 4. Una pallina abbandona un piano inclinato ($\theta = 30^\circ$) da un'altezza pari a 5 m e tocca il suolo dopo $0,8\text{ s}$. Si determini il modulo della velocità con cui abbandona il piano inclinato.



Esercizio 5. Una pallina viene lanciata orizzontalmente da un'altezza pari a 4 m ; sapendo che colpisce il terreno con un angolo di 45° , si determini la velocità iniziale.



Esercizio 6. Qual è il *minimo* modulo della velocità di lancio che permette di colpire un bersaglio posto in un punto 8 m più avanti e 5 m più in alto?

Soluzione degli esercizi del 6 marzo 2011 - 3^aB Scientifico**Soluzione dell'esercizio 1**

Primo metodo. Indicando con v_o il modulo della velocità iniziale, la velocità finale ha modulo pari a $2v_o$, quindi le sue componenti saranno

$$\begin{cases} v_x = v_o \\ v_y = \sqrt{(2v_o)^2 - v_o^2} = \sqrt{3}v_o; \end{cases}$$

ora possiamo calcolare v_o :

$$(\sqrt{3}v_o)^2 - (0 \text{ m/s})^2 = 2 \cdot (-9,8 \text{ m/s}^2) \cdot (0 \text{ m} - 12 \text{ m}) \Rightarrow 3v_o^2 = 235,2 \text{ m}^2/\text{s}^2 \Rightarrow v_o \approx 8,85 \text{ m/s}.$$

Secondo metodo. La legge oraria della pallina è

$$\begin{cases} x = v_o t \\ y = 12 - 4,9 t^2 \end{cases}$$

la pallina tocca il suolo quando $y = 0$, ovvero all'istante $t \approx 1,56 \text{ s}$; la velocità a tale istante è

$$\begin{cases} v_x = v_o \\ v_y = (-9,8 \text{ m/s}^2) \cdot (1,56 \text{ s}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_x = v_o \\ v_y = -15,29 \text{ m/s} \end{cases}$$

dato che il modulo deve essere pari al doppio del modulo della velocità iniziale (uguale a v_o) abbiamo:

$$\sqrt{v_o^2 + (-15,29 \text{ m/s})^2} = 2v_o$$

risolvendo si trova $v_o \approx 8,83 \text{ m/s}$.

I valori trovati con i due metodi sono diversi in quanto nel secondo metodo abbiamo approssimato l'istante $t = \sqrt{\frac{12}{4,9}} \text{ s}$ con $1,56 \text{ s}$.

Soluzione dell'esercizio 2

La legge oraria della pallina è

$$\begin{cases} x = v_o t \\ y = h - 4,9 t^2 \end{cases}$$

poiché colpisce il suolo all'istante $t = 1,2 \text{ s}$, abbiamo

$$0 \text{ m} = h - (4,9 \text{ m/s}^2) \cdot (1,2 \text{ s})^2 \Rightarrow h \approx 7,06 \text{ m}.$$

Il valore trovato è indipendente dalla velocità iniziale, in quanto questa è diretta orizzontalmente.

Soluzione dell'esercizio 3

La legge oraria della pallina è

$$\begin{cases} x = 10 \cdot \cos(30^\circ) t \\ y = h + 10 \cdot \sin(30^\circ) t - 4,9 t^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 8,66 t \\ y = h + 5 t - 4,9 t^2; \end{cases}$$

poiché colpisce il suolo all'istante $t = 3,5 \text{ s}$, abbiamo:

$$0 \text{ m} = h + (5 \text{ m/s}) \cdot (3,5 \text{ s}) - (4,9 \text{ m/s}^2) \cdot (3,5 \text{ s})^2 \Rightarrow h \approx 42,53 \text{ m}.$$

La massima altezza y_{max} è pari a

$$(0 \text{ m/s})^2 - (5 \text{ m/s})^2 = 2 \cdot (-9,8 \text{ m/s}^2) \cdot (y_{max} - 42,53 \text{ m}) \Rightarrow y_{max} \approx 43,81 \text{ m}.$$

Soluzione dell'esercizio 4

La legge oraria della pallina è

$$\begin{cases} x = v_o \cdot \cos(30^\circ) t \\ y = 5 - v_o \cdot \sin(30^\circ) t - 4,9 t^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = v_o \cdot 0,866 t \\ y = 5 - v_o \cdot 0,5 t - 4,9 t^2 ; \end{cases}$$

poiché la pallina tocca il suolo all'istante $t = 0,8 s$, abbiamo

$$0 m = 5 m - v_o \cdot 0,5 \cdot (0,8 s) - (4,9 m/s^2) \cdot (0,8 s)^2 \Rightarrow v_o \approx 4,66 m/s .$$

Soluzione dell'esercizio 5

Indicato con v_o il modulo della velocità iniziale, la legge oraria della pallina è

$$\begin{cases} x = v_o t \\ y = 4 - 4,9 t^2 \end{cases}$$

il tempo di volo è $t^* = \sqrt{\frac{4 m}{4,9 m/s^2}} (\approx 0,9 s)$ poiché la velocità all'istante generico t è

$$\begin{cases} v_x = v_o \\ v_y = -9,8 t \end{cases}$$

le componenti della velocità finale saranno:

$$\begin{cases} v_x = v_o \\ v_y = -v_o \end{cases}$$

e quindi, dalla seconda equazione:

$$-v_o = (-9,8 m/s^2) \cdot t^* \Rightarrow v_o \approx 8,85 m/s .$$

Soluzione dell'esercizio 6

Per risolvere l'esercizio basta imporre che la parabola di sicurezza

$$y = \frac{v_o^2}{2g} - \frac{g}{2v_o^2} x^2$$

passi per il punto $P(8; 5)$:

$$5 = \frac{v_o^2}{2g} - \frac{g}{2v_o^2} 8^2$$

risolviamo l'equazione rispetto a v_o :

$$\frac{10g v_o^2}{2g v_o^2} = \frac{v_o^4 - 64g^2}{2g v_o^2} \Rightarrow \frac{10g v_o^2}{2g v_o^2} = \frac{v_o^4 - 64g^2}{2g v_o^2} \Rightarrow v_o^4 - 10g v_o^2 - 64g^2 = 0$$

ponendo $k = v_o^2$ (l'equazione è una biquadratica), si ricava quindi il *minimo* modulo della velocità iniziale:
 $v_o \approx 11,89 m/s$.